NDC Notre-Dame des Champs	Nom :	Prénom : ....
	Classe : **6B**	N° : ....
	Maths/4heures – F. Laermans	Date : 23/02/18 SERIE A

Test n°8 : Probabilités

C1 : « Expliciter les savoirs et les procédures »	/ 7
C2 : « Appliquer une procédure »	/10
C3 : « Résoudre un problème »	/13
COTE FINALE	**/30**

---

1. *(C1 : 2 points)*
   a) Ecris la formule du principe d'addition dans le cas de deux événements A et B non disjoints.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

   b) Comment peux-tu écrire cette formule si les événements A et B sont indépendants.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) . P(B)$$

2 *(C1 : 5 points)*

Soit A un événement.

L'événement complémentaire de l'événement A se note : ......$\overline{A}$......

Quelle(s) condition(s) vérifie(nt) ces événements pour être complémentaires.

$A \cap \overline{A} = \emptyset$ et $A \cup \overline{A} = \Omega$

Donne la relation qui lie la probabilité d'un événement A à celle de son complémentaire.
Explique comment cette relation a été obtenue à partir du principe d'addition.

$$P(A \cup \overline{A}) = P(A) + P(\overline{A}) - \underbrace{\cancel{P(A \cap \overline{A})}}_{=0}$$

$$\Leftrightarrow P(\Omega) = P(A) + P(\overline{A})$$

$$\Leftrightarrow 1 = P(A) + P(\overline{A})$$

$$\Leftrightarrow P(\overline{A}) = 1 - P(A)$$

3 *(C2 : 5 points)*

On lance deux dés bien équilibrés, un vert et un rouge, et on s'intéresse au total des points obtenus.

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

a) Quelle est la probabilité d'obtenir un total de 5 ?

$$P(\text{obtenir un total de } 5) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

b) Quelle est la probabilité d'obtenir un total de 7 si le dé rouge montre un point strictement plus petit que 5 ?

$$P(\text{obtenir un total de 7 si le dé rouge montre 1 point} < 5) = \frac{4}{24} = \frac{1}{6}$$

4 *(C3 : 5 points)*

D'une boîte de 20 pralines, toutes différentes, contenant 10 pralines à la liqueur, 8 au massepain et 2 au chocolat, on extrait en une fois 3 pralines.

a) Quelle est alors la probabilité d'extraire 2 pralines à la liqueur et 1 au massepain ?

$\# \Omega = C_{20}^{3}$

A = " extraire 2 pralines à la liqueur et 1 au massepain "

$$P(A) = \frac{\# A}{\# \Omega} = \frac{C_{10}^{2} \cdot C_{8}^{1}}{C_{20}^{3}} = \frac{\frac{10!}{8!\,2!} \cdot 8}{\frac{20!}{17!\,3!}}$$

$$= \frac{10 . 9 . 4}{20 . 19 . 18} . 6 = \frac{2 . 6}{19 . 2} = \frac{6}{19} = 0,3158$$

b) Quelle est alors la probabilité d'extraire 3 pralines de la même sorte ?

B = " extraire 3 pralines de la même sorte "

= " extraire 3 pralines à la liqueur ou 3 au massepain ou 3 au chocolat "

P(B) = P (extraire 3 pralines à la liqueur) +
P (extraire 3 pralines au massepain) +
P (extraire 3 pralines au chocolat) 0 car impossible

$$= \frac{C_{10}^{3}}{C_{20}^{3}} + \frac{C_{8}^{3}}{C_{20}^{3}}$$

$$= \frac{\frac{10!}{7!\,\cancel{3!}}}{\frac{20!}{17!\,\cancel{3!}}} + \frac{\frac{8!}{5!\,\cancel{3!}}}{\frac{20!}{17!\,\cancel{3!}}} = \frac{10 . 9 . 8}{20 . 19 . 18} + \frac{8 . 7 . 6}{20 . 19 . 18} = \frac{44}{285} = 0,1544$$

5 *(C2 : 5 points)*

On tire 7 cartes d'un jeu classique de 52 cartes.

a) Quelle est la probabilité d'obtenir exactement 2 cœurs et 3 piques ?

$\# \Omega = C_{52}^{7}$

$$P(\text{2 coeurs et 3 piques}) = \frac{C_{13}^{2} \cdot C_{13}^{3} \cdot C_{26}^{2}}{C_{52}^{7}}$$

$$= \frac{\frac{13!}{11!\,.\,2!} \cdot \frac{13!}{10!\,.\,3!} \cdot \frac{26!}{24!\,2!}}{\frac{52!}{45!\,7!}} = \frac{7250100}{133784560} = 0,05419$$

b) Quelle est la probabilité d'obtenir au moins un cœur ?

P (obtenir au moins 1 coeur)

= 1 − P (obtenir aucun coeur)

$$= 1 - \frac{C_{39}^{7}}{C_{52}^{7}}$$

$$= 1 - \frac{\frac{39!}{32!\,7!}}{\frac{52!}{45!\,7!}}$$

$$= 1 - \frac{15\,380\,937}{133784560}$$

$= 1 - 0,114967953$

$\approx 0,885$

6 *(C3 : 8 points)*

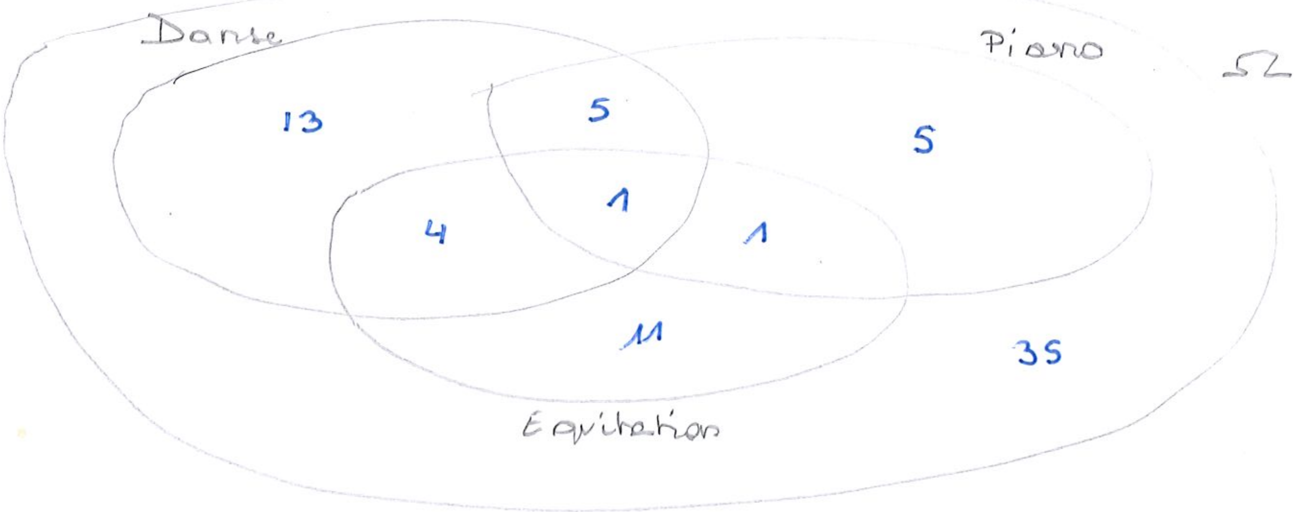
Dans un groupe de 75 filles âgées de 6 à 8 ans, 23 suivent des cours de danse classique, 12 suivent des cours de piano et 17 suivent des cours d'équitation. 6 suivent à la fois des cours de danse et de piano, 5 suivent des cours de danse et d'équitation, 2 suivent des cours de piano et d'équitation et enfin, 1 fille suit à la fois des cours de danse, de piano et d'équitation. On rencontre au hasard une fille de ce groupe.

a) Quelle est la probabilité qu'elle suive des cours de piano ou de danse classique ? Justifie ta réponse à l'aide du principe d'addition.

b) Quelle est la probabilité qu'elle suive des cours d'équitation mais pas de piano ?

c) Quelle est la probabilité qu'elle suive des cours de piano si je sais qu'elle suit des cours de danse et d'équitation ?

d) Quelle est la probabilité qu'elle suive uniquement le cours de piano si je sais qu'elle suit des cours de piano, de danse ou d'équitation ?



a) $P(\text{Piano ou danse}) = \frac{29}{75}$

$= P(\text{Piano}) + P(\text{danse}) - P(\text{Piano et danse}) = \frac{12}{75} + \frac{23}{75} - \frac{6}{75}$

b) $P(\text{équitation mais pas piano}) = \frac{15}{75} = \frac{1}{5}$

c) $P(\text{piano si danse et équitation}) = \frac{1}{5}$

d) $P(\text{piano seul si suit piano danse ou équitation}) = \frac{5}{40}$

$= \frac{1}{8}$

NDC Notre-Dame des Champs	Nom :	Prénom : ....
	Classe : **6B**	N° : ....
	Maths/4heures – F. Laermans	Date : 23/02/18 SERIE B

Test n°8 : Probabilités

C1 : « Expliciter les savoirs et les procédures »	/ 7
C2 : « Appliquer une procédure »	/10
C3 : « Résoudre un problème »	/13
COTE FINALE	**/30**

1. *(C1 : 4 points)*
   a) Ecris la formule du principe d'addition dans le cas de deux événements A et B non disjoints.

   $$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

   b) Que devient cette formule si les 2 événement sont complémentaires ? Utilise la notation adéquate pour le complémentaire.

   $$P(A \cup \bar{A}) = P(A) + P(\bar{A})$$
   $$1 = P(A) + P(\bar{A})$$

2 *(C1 : 3 points)*
Soient A et B deux événement.
Quelle(s) condition(s) vérifie(nt) ces événements pour être disjoints ?

$$A \cap B = \emptyset$$

Ecris le principe d'addition dans le cas où ces deux événements sont disjoints.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

3 *(C2 : 5 points)*
On lance deux dés bien équilibrés, un vert et un rouge, et on s'intéresse au total des points obtenus.

a) Quelle est la probabilité d'obtenir un total strictement plus grand que 8 ?

voir schéma sur série A

$$P(\text{obtenir un total} > 8) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

b) Quelle est la probabilité d'obtenir un total de 9 si le dé vert montre un point strictement plus grand que 3 ?

$$P(\text{obtenir un total de 9 si le dé vert montre 1 point} > 3)$$
$$= \frac{3}{18}$$
$$= \frac{1}{6}$$

4 *(C3 : 5 points)*
Le rayon d'une boulangerie présente 20 muffins tous différents. Parmi ceux-ci, 11 sont au sucre, 6 aux fruits et 3 au chocolat. On extrait au hasard 4 muffins.

a) Quelle est alors la probabilité d'extraire au moins un muffin au sucre ?

$\# \Omega = C_{20}^{4}$

A = "extraire au moins 1 muffin au sucre"

P(A) = 1 - P(extraire aucun muffin au sucre)

$$= 1 - \frac{C_9^4}{C_{20}^4} = 1 - \frac{\frac{9!}{5!\ 4!}}{\frac{20!}{16!\ 4!}} = 1 - \frac{9.8.7.6}{20.19.18.17}$$

$$= 1 - \frac{7.6}{19.17.5} = 1 - \frac{42}{1615} = \frac{1573}{1615} = 0{,}974$$

b) Quelle est la probabilité d'extraire 2 muffins au sucre et 1 muffin de chacune des deux autres sortes ?

P(2 S et 1 F et 1 C)

$$= \frac{C_{11}^2 \cdot C_6^1 \cdot C_3^1}{C_{20}^4}$$

$$= \frac{\frac{11!}{9!\ 2!} \cdot 6 \cdot \cancel{3}}{\frac{20 . 19 . \cancel{18} . 17}{4!}} = \frac{11 . \cancel{5} . 4 . 3 . 2}{\cancel{20} . 19 . 17} = \frac{66}{323} = 0{,}2043$$

5 *(C2 : 5 points)*
On tire 6 cartes d'un jeu classique de 52 cartes.

a) Quelle est la probabilité d'obtenir exactement 5 piques ?

$\# \Omega = C_{52}^{6}$

$$P(5 \text{ piques}) = \frac{C_{13}^5 \cdot C_{39}^1}{C_{52}^6} = \frac{\frac{13!}{8!\ .\ 5!} \cdot 39}{\frac{52!}{46!\ \ 6!}}$$

$$= \frac{50193}{20358520} = 0{,}002465$$

b) Quelle est la probabilité d'obtenir au moins 5 carreaux ?

P(au moins 5 carreaux)

= P(5 carreaux) + P(6 carreaux)

$$= \frac{C_{13}^5 \cdot C_{39}^1}{C_{52}^6} + \frac{C_{13}^6}{C_{52}^6}$$

$$= \frac{50193}{20358520} + \frac{1716}{20358520}$$

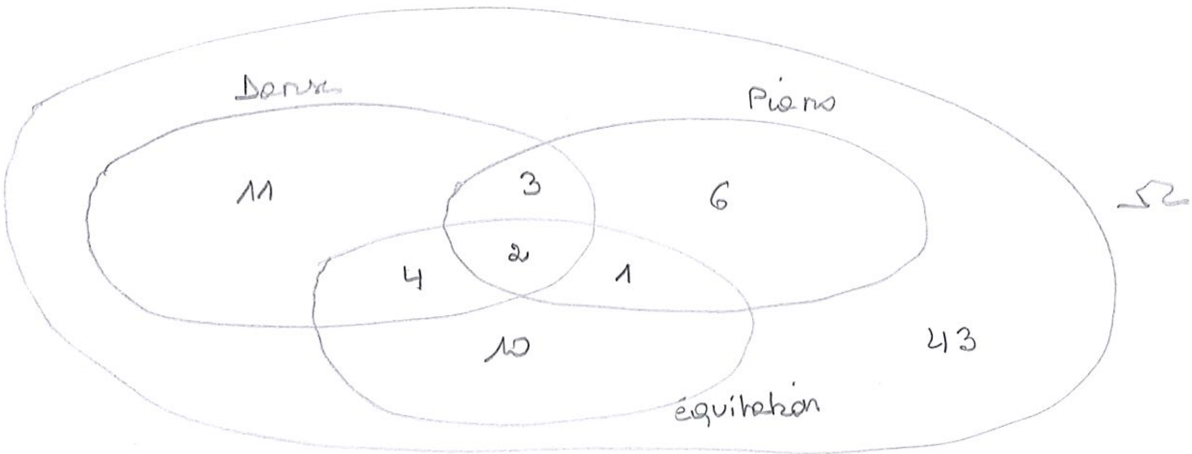
$$= \frac{51909}{20358520}$$

$= 0{,}0025497$

6 *(C3 : 8 points)*

Dans un groupe de 80 filles âgées de 10 à 12 ans, 20 suivent des cours de danse classique, 12 suivent des cours de piano et 17 suivent des cours d'équitation. 5 suivent à la fois des cours de danse et de piano, 6 suivent des cours de danse et d'équitation, 3 suivent des cours de piano et d'équitation et enfin, 2 fille suivent à la fois des cours de danse, de piano et d'équitation. On rencontre au hasard une fille de ce groupe.

a) Quelle est la probabilité qu'elle suive des cours de piano si je sais qu'elle suit des cours de danse et d'équitation ?
b) Quelle est la probabilité qu'elle suive des cours d'équitation mais pas de piano ?
c) Quelle est la probabilité qu'elle suive uniquement le cours de piano si je sais qu'elle suit des cours de piano, de danse ou d'équitation?
d) Quelle est la probabilité qu'elle suive des cours de piano ou de danse classique ? Justifie ta réponse à l'aide du principe d'addition.



a) P (Piano si danse et équitation) = $\frac{2}{6}$ = $\frac{1}{3}$

b) P (équitation mais pas piano) = $\frac{14}{80}$ = $\frac{7}{40}$

c) P (piano seul si suit piano, danse ou équitation) = $\frac{6}{37}$

d) P (Piano ou danse) = $\frac{27}{80}$

= P (piano) + P (danse) - P (Piano et danse) = $\frac{12}{80}$ + $\frac{20}{80}$ - $\frac{5}{80}$